FORMULAIRE SUR LES DEVELOPPEMENTS LIMITES

$DL_n(0)$ des fonctions usuelles :

$$\boxed{e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n)}$$

.

$$\boxed{\begin{aligned} \sin x &= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} \ldots + \frac{(-1)^p x^{2p+1}}{(2p+1)!} + o(x^{2p+1}) \\ \cos x &= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} \ldots + \frac{(-1)^p x^{2p}}{(2p)!} + o(x^{2p}) \end{aligned}}$$

$$\boxed{\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \ldots + x^n + o(x^n)}$$

(à rapprocher de la somme de termes consécutifs de la suite géométrique $(x^n)_{n\in\mathbb{N}}$)

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 + \ldots + (-1)^n x^n + o(x^n)$$

(obtenue en remplaçant x par –x dans la précédente)

$$\boxed{\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \ldots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} + o(x^n)}$$

(que l'on retrouve en « intégrant » la précédente)

$$\boxed{(1+x)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!}x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \ldots + \frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-n+1)}{n!}x^n + o(x^n) \quad \forall \alpha \in \mathbb{R}}$$

En particulier : $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \ldots + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)\ldots(\frac{1}{2}-n+1)}{n!}x^n + o(x^n)$

Et en dernier recours :

Formule de Taylor-Young :

Soient $n\in\mathbb{N}$, I un intervalle de $\mathbb{R}$ tel que $a\in \overset{o}{I}$ et f ∈☑^{I}, admettant une dérivée $n^{\text{ième}}$ en a.

Alors f admet un $DL_n(a)$: $f(x) = f(a) + (x-a)f'(a) + \cdots + (x-a)^n \frac{f^{(n)}(a)}{n!} + o\big((x-a)^n\big)$.