CB N°7 - ISOMETRIES - SUJET 1

EXERCICE 1

Préciser la nature et les éléments caractéristiques de l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ admettant pour matrice dans la base canonique :

$$A = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} -1 & -\sqrt{6} & 3 \\ \sqrt{6} & 2 & \sqrt{6} \\ 3 & -\sqrt{6} & -1 \end{pmatrix}$$

A est la matrice de la composée de la rotation d'axe $\text{Vect}\{(1,0,-1)\}$ et d'angle $-\frac{\pi}{3}$, et de la réflexion par rapport au plan d'équation $x - z = 0$.

EXERCICE 2

Donner la matrice dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$ de la rotation d'axe $\text{Vect}\{(1,1,1)\}$, d'angle $\frac{\pi}{3}$.

$$M = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

EXERCICE 3

Donner la matrice dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$ de la composée de la rotation d'axe $\text{Vect}\{(1,1,0)\}$, d'angle $-\frac{\pi}{2}$, et de la réflexion par rapport au plan d'équation $x + y = 0$.

$$M = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & -1 & -\sqrt{2} \\ -1 & -1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}$$

CB N°7 - ISOMÉTRIES - SUJET 2

EXERCICE 1

Préciser la nature et les éléments caractéristiques de l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ admettant pour matrice dans la base canonique :

$$A = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & 1 & -\sqrt{2} \\ 1 & -1 & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}$$

A est la matrice de la composée de la rotation d'axe $\text{Vect}\{(1,-1,0)\}$ d'angle $\frac{\pi}{2}$, et la réflexion par rapport au plan d'equation $x - y = 0$.

EXERCICE 2

Donner la matrice dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$ de la réflexion par rapport au plan d'équation $x + y - z = 0$.

$$M = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

EXERCICE 3

Donner la matrice dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$ de la composée de la rotation d'axe $\text{Vect}\{(1,1,1)\}$, d'angle $\frac{-2\pi}{3}$, et de la réflexion par rapport au plan d'équation $x + y + z = 0$.

$$\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$