

CB N°8 - ANALYSE ASYMPTOTIQUE - SUJET 1

1. Déterminer les limites suivantes, en détaillant la démarche (la limite seule ne sera pas acceptée) :

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos(2x))^2}{\sin^4(x)}$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\ln(2+x) - \ln(x))$

c. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{1 - \sqrt{x}}$

2. Déterminer le développement limité au voisinage de 0 à l'ordre indiqué des fonctions suivantes :

a. $u : x \mapsto \frac{\ln(1+x)}{2x-x^2}$ à l'ordre 3

b. $v : x \mapsto \sqrt{1 + \sqrt{1+x}}$ à l'ordre 3

c. $w : x \mapsto \operatorname{Arctan}\left(\frac{x}{1+x^2}\right)$ à l'ordre 6

3. Déterminer le développement limité à l'ordre 3 au voisinage de $\frac{\pi}{3}$ de la fonction

$h : x \mapsto \ln(\cos(x))$

CB N°8 - ANALYSE ASYMPTOTIQUE - SUJET 2

1. Déterminer les limites suivantes, en détaillant la démarche (la limite seule ne sera pas acceptée) :

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(2 - \cos(2x))}{x \sin(3x)}$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 + e^{-x})}{e^{1-x}}$

c. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{1-x}}{1 - \sqrt{x}}$

2. Déterminer le développement limité au voisinage de 0 à l'ordre indiqué des fonctions suivantes :

a. $u : x \mapsto \frac{\ln(1-x)}{3x+x^2}$ à l'ordre 3

b. $v : x \mapsto \ln(1 + \ln(1+x))$ à l'ordre 4

c. $w : x \mapsto \operatorname{Arcsin}\left(\frac{x+1}{2}\right)$ à l'ordre 4

3. Déterminer le développement limité à l'ordre 3 au voisinage de $\frac{\pi}{6}$ de la fonction

$h : x \mapsto \ln(\sin(x))$
