

CB N°5 - ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES - SUJET 1

1. Résoudre sur \mathbb{R} les équations différentielles suivantes :

a. $y'' - 4y' + 4y = \cos(2x)$

$$S = \left\{ y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad y(x) = (ax + b)e^{2x} - \frac{1}{8} \sin(2x); \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

b. $y' + 2xy = xe^{x^2}$

$$S = \left\{ y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad y(x) = Ce^{-x^2} + \frac{1}{4}e^{x^2}; \quad C \in \mathbb{R} \right\}$$

2. Résoudre le problème de Cauchy :

$$\begin{cases} y'' - y = (x + 2)e^{-x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

$$S = \left\{ y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad y(x) = \left(-\frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{4}x - \frac{9}{8} \right) e^{-x} + \frac{9}{8}e^x \right\}$$

CB N°5 - ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES - SUJET 2

1. Résoudre sur \mathbb{R} les équations différentielles suivantes :

a. $y'' + 2y' + y = e^x \sin(x)$

$$S = \left\{ y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad y(x) = (ax + b)e^{-x} + \frac{e^x}{25}(3 \sin(x) - 4 \cos(x)); \quad (a, b) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

b. $y' - 2xy = 2xe^{-x^2}$

$$S = \left\{ y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad y(x) = Ce^{x^2} - \frac{1}{2}e^{-x^2}; \quad C \in \mathbb{R} \right\}$$

2. Résoudre le problème de Cauchy :

$$\begin{cases} y'' - 5y' = e^{5x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

$$S = \left\{ y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad y(x) = -\frac{4}{25} + \left(\frac{1}{5}x + \frac{4}{25} \right) e^{5x} \right\}$$