

CB N°8 - ANALYSE ASYMPTOTIQUE - SUJET 1

1. Déterminer la limite en 0 des fonctions suivantes :

a. $f : x \mapsto \frac{\sin(3x)}{\ln(1 + \operatorname{sh}(2x))}$ $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{3x}{2x} \Rightarrow \lim_0 f = \frac{3}{2}$

b. $g : x \mapsto \frac{e^{\cos x - 1} - 1}{x \ln(1 + 3x)}$ $g(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{-\frac{x^2}{2}}{x \times 3x} \Rightarrow \lim_0 g = -\frac{1}{6}$

c. $h : x \mapsto \frac{\sqrt{x+1} - e^{\frac{x}{2}}}{5x^2 + x^3 - 8x^4}$ $h(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{-\frac{1}{4}x^2}{5x^2} \Rightarrow \lim_0 h = -\frac{1}{20}$

2. Déterminer le développement limité au voisinage de 0 à l'ordre 4 des fonctions suivantes :

a. $u : x \mapsto \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ $u(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} 2x + \frac{2}{3}x^3 + o(x^4)$

b. $v : x \mapsto e^{1-\cos x}$ $v(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{12}x^4 + o(x^4)$

c. $w : x \mapsto \frac{\sin x}{1-x}$ $w(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} x + x^2 + \frac{5}{6}x^3 + \frac{5}{6}x^4 + o(x^4)$

3. Déterminer le développement limité à l'ordre 3 au voisinage de 2 de la fonction

$$h : x \mapsto \tan(\pi x)$$

$$h(x) \underset{x \rightarrow 2}{=} \pi(x-2) + \frac{\pi^3}{3}(x-2)^3 + o((x-2)^3)$$

CB N°8 - ANALYSE ASYMPTOTIQUE - SUJET 2

1. Déterminer la limite en 0 des fonctions suivantes :

a. $f : x \mapsto \frac{\ln(\cos x)}{\tan^2 x}$ $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{-\frac{x^2}{2}}{x^2} \Rightarrow \lim_0 f = -\frac{1}{2}$

b. $g : x \mapsto \frac{e^{3x} - 1}{\sqrt{2} \tan(x)}$ $g(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} \sim \frac{3x}{\sqrt{2}x} \Rightarrow \lim_0 g = \frac{3}{\sqrt{2}}$

c. $h : x \mapsto \frac{\sin(\ln(1+5x^2))}{1 - \cos(e^{2x} - 1)}$ $h(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} \frac{5x^2}{2x^2} \Rightarrow \lim_0 h = \frac{5}{2}$

2. Déterminer le développement limité au voisinage de 0 à l'ordre 4 des fonctions suivantes :

a. $u : x \mapsto \frac{\ln(1+x^2)}{1-x}$ $u(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} x^2 + x^3 + \frac{1}{2}x^4 + o(x^4)$

b. $v : x \mapsto e^{1-\operatorname{ch}(x)}$ $v(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{12}x^4 + o(x^4)$

c. $w : x \mapsto \frac{\cos x}{1+x}$ $w(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} 1 - x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x^3 + \frac{13}{24}x^4 + o(x^4)$

3. Déterminer le développement limité à l'ordre 3 au voisinage de 1 de la fonction Arctan.

$$\operatorname{Arctan}(x) \underset{x \rightarrow 1}{=} \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{4}(x-1)^2 + \frac{1}{12}(x-1)^3 + o((x-1)^3)$$