CORRECTION DU CB N°5

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\Re=\left\{O;\vec{i};\vec{j}\right\}$.

1- Eléments caractéristiques de la courbe dont une équation dans $\Re$ est :

i) $y=x^2+x+1 \Leftrightarrow \left(y-\frac{3}{4}\right)=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$: parabole de sommet S$\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{4}\right)$, d'axe focal la droite d'équation : $x=-\frac{1}{2}$, de paramètre $p=\frac{1}{2}$ et donc de foyer $F\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\right)=\left(-\frac{1}{2};1\right)$ et de directrice d'équation : $y=\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$.

ii) $x^2+x+2y^2+y=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{2}\right)^2+2\left(y+\frac{1}{4}\right)^2=\frac{3}{8} \Leftrightarrow \dfrac{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2}{\left(\sqrt{\frac{3}{8}}\right)^2}+\dfrac{\left(y+\frac{1}{4}\right)^2}{\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2}=1$:

ellipse de centre $\Omega\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{4}\right)$, $a=\sqrt{\frac{3}{8}}>\frac{\sqrt{3}}{4}=b$, axe focal : $y=-\frac{1}{4}$,

sommets :

$A\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{3}{8}};-\frac{1}{4}\right), A'\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{3}{8}};-\frac{1}{4}\right), B\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right), B'\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$,

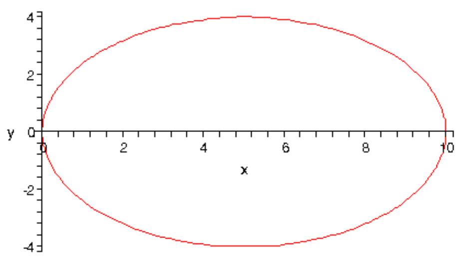
$c=\sqrt{a^2-b^2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$, $e=\frac{c}{a}=\frac{1}{\sqrt{2}}$, foyers $F\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{4};\frac{-1}{4}\right)$, $F'\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{4};\frac{-1}{4}\right)$

et directrices : $x=\frac{-1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $x=\frac{-1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

iii) $x^2-y^2+x+y+1=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=-1$: hyperbole de centre $\Omega\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$, $a=1=b$, axe focal la droite d'équation: $x=-\frac{1}{2}$, sommets : $B\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right), B'\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$, $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{2}$, $e=\frac{c}{b}=\sqrt{2}$, foyers $F\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}+\sqrt{2}\right)$, $F'\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}-\sqrt{2}\right)$, directrices : $y=\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}$ et $y=\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}$,
et d'asymptotes $y=x+1$ et $y=-x$.

2- Soit K la conique de foyer F(2 ; 0), de directrice D: x = $\frac{-10}{3}$ et d'excentricité e = $\frac{3}{5}$.

K : $\dfrac{(x-5)^2}{5^2}+\dfrac{y^2}{4^2}=1$



CORRECTION DU CB N°5

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\Re = \left\{O;\vec{i};\vec{j}\right\}$.

1- Eléments caractéristiques de la courbe dont une équation dans $\Re$ est :

i) $y^2 + y - 2x = 0 \Leftrightarrow \left(y+\frac{1}{2}\right)^2 = 2\left(x+\frac{1}{8}\right)$: parabole de sommet $S\left(-\frac{1}{8};-\frac{1}{2}\right)$, d'axe focal la droite d'équation : $y = -\frac{1}{2}$, de paramètre $p=1$ et donc de foyer $F\left(-\frac{1}{8}+\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{3}{8};\frac{-1}{2}\right)$ et de directrice d'équation : $x=-\frac{1}{8}-\frac{1}{2}=-\frac{5}{8}$.

ii) $y^2+4x^2-4x=0 \Leftrightarrow \dfrac{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}+y^2=1$: ellipse de centre $\Omega\left(\frac{1}{2};0\right)$, $a=\frac{1}{2}<1=b$, axe focal : $x=\frac{1}{2}$, sommets : $A(1;0), A'(0;0), B\left(\frac{1}{2};1\right), B'\left(\frac{1}{2};-1\right)$, $c=\sqrt{b^2-a^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $e=\frac{c}{b}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, foyers $F\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $F'\left(\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et directrices : $y=\frac{2}{\sqrt{3}}$ et $y=-\frac{2}{\sqrt{3}}$.

iii) $-x^2+9y^2-2x-37=0 \Leftrightarrow \frac{(x+1)^2}{6^2}-\frac{y^2}{2^2}=-1$: hyperbole de centre $\Omega(-1;0)$, $a=6$ et $b=2$, axe focal la droite d'équation: $x=-1$, sommets : $B(-1;2), B'(-1;-2)$, $c=\sqrt{a^2+b^2}=2\sqrt{10}$, $e=\frac{c}{b}=\sqrt{10}$, foyers $F\left(-1;2\sqrt{10}\right)$, $F'\left(-1;-2\sqrt{10}\right)$, directrices : $y=\frac{2}{\sqrt{10}}$ et $y=-\frac{2}{\sqrt{10}}$, et d'asymptotes $3y-x-1=0$ et $3y+x+1=0$.

2- K conique de foyer F(0 ; $\sqrt{7}$), de directrice D: y = $\frac{9}{\sqrt{7}}$ et d'excentricité e = $\frac{\sqrt{7}}{3}$.

K : $\dfrac{(x)^2}{\sqrt{2}^2}+\dfrac{(y)^2}{3^2}=1$.