CB N°6 : SUITES

1- Déterminer la limite des suites définies sur $\mathbb{N}^*$ par :

$$u_n = \frac{2\cos(3n)}{3n}, \qquad v_n = 3n\sin\left(\frac{2}{n}\right) \qquad \text{et} \qquad w_n = \sum_{k=1}^{n}\left(\frac{2}{k} - \frac{2}{k+1}\right).$$

2- Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_0 = 0, u_1 = 1, \forall n \in \mathbb{N} : u_{n+2} = -u_{n+1} - u_n$.

Déterminer u_n en fonction de n $(n \in \mathbb{N})$.

3- Soient la fonction f définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2}{1+x^2}$ et la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = \dfrac{1}{2}, \forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = f(u_n)$.

i) Etudier la convergence des suites $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ et $(u_{2n+1})_{n\in\mathbb{N}}$.

ii) Conclure sur la convergence de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

CB N°6 : SUITES

1- Déterminer la limite des suites définies sur $\mathbb{N}^*$ par :

$$u_n = \frac{3\sin(2n)}{2n}, \quad v_n = 2n\tan\left(\frac{3}{n}\right) \quad \text{et} \quad w_n = \sum_{k=2}^{n}\left(\frac{3}{k} - \frac{3}{k-1}\right).$$

2- Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_0 = 1, u_1 = 0, \forall n \in \mathbb{N} : u_{n+2} = -u_{n+1} - u_n$.

Déterminer u_n en fonction de n $(n \in \mathbb{N})$.

3- Soient la fonction f définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2}{1+x^2}$ et la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 2, \forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = f(u_n)$.

i) Etudier la convergence des suites $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ et $(u_{2n+1})_{n\in\mathbb{N}}$.

ii) Conclure sur la convergence de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.