CB N°11 : ALGEBRE LINEAIRE - GEOMETRIE AFFINE

1. Soit E= $\mathbb{R}^3$ le $\mathbb{R}$ -espace vectoriel muni de sa base canonique e = {e_1 ; e_2 ; e_3}.

On définit l'endomorphisme f de E par : f(x ; y ; z) = (-x + 3y – z ; -x + 3y – z ; x – y + z)

i) Déterminer A = $M_e(f)$.

ii) Déterminer des base de Ker(f) et de Im(f).

iii) Soit e' = {e'_1 ; e'_2 ; e'_3} avec $e'_1 = e_1 + e_2$, $e'_2 = - e_1 + e_3$ et $e'_3 = e_1 + e_2 + e_3$.

Montrer que e' est une base de E.

iv) Déterminer A' = $M_{e'}(f)$.

2. Soit E l'espace affine de dimension 3 rapporté à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On définit le plan *P* : $x + y + z = 0$, le point A(1 ; 0 ; 1) et vecteur $\vec{u}$ (2 ; 1 ; 0).

Déterminer l'expression analytique de la projection sur la droite $D(A\ ;\ \vec{u})$, parallèlement à *P*.

3. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'endomorphisme *f* d'un espace vectoriel euclidien E déterminé par sa A matrice dans une base orthonormée directe (i ; j ; k) :

$$A = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 8 & 1 & -4 \\ -4 & 4 & -7 \\ 1 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

CB N°11 : ALGEBRE LINEAIRE - GEOMETRIE AFFINE

1. Soit E= $\mathbb{R}^3$ le $\mathbb{R}$ -espace vectoriel muni de sa base canonique e = {e_1 ; e_2 ; e_3}.

On définit l'endomorphisme f de E par : f(x ; y ; z) = (-2x + 5y – 3z, -3x + 6y – 3z, -x + y)

i) Déterminer A = M_e(f).

ii) Déterminer des base de Ker(f) et de Im(f).

iii) Soit e' = {e'_1 ; e'_2 ; e'_3} avec $e'_1 = e_1 + e_2$, $e'_2 = - e_1 + e_3$ et $e'_3 = e_1 + e_2 + e_3$.

Montrer que e' est une base de E.

iv) Déterminer A' = $M_{e'}$(f).

2. Soit E l'espace affine de dimension 3 rapporté à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On définit le plan *P* : *x* + *y* - *z* = 0, le point A(1 ; 1 ; 0) et vecteur $\vec{u}$ (1 ; 2 ; 0).

Déterminer l'expression analytique de la projection sur la droite *D*(*A* ; $\vec{u}$), parallèlement à *P*.

3. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'endomorphisme *f* d'un espace vectoriel euclidien E déterminé par sa A matrice dans une base orthonormée directe (i ; j ; k) :

$$A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$