CORRECTION DU CB N°11

1- $f(x ; y ; z) = (-x + 3y - z ; -x + 3y - z ; x - y + z)$

i) $A = M_e(f) = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

ii) $\mathrm{Ker}(f) = \mathrm{Vect}\{(-1 ; 0 ; 1)\}$ et $\mathrm{Im}(f) = \mathrm{Vect}\{(-1 ; -1 ; 1) ; (3 ; 3 ; -1)\}$.

iii) e' est une base de E car : $\det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 1 \neq 0$

iv) $A' = M_{e'}(f) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2- Soit E l'espace affine de dimension 3 rapporté à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On définit le plan P : $x + y + z = 0$, le point A(1 ; 0 ; 1) et vecteur $\vec{u}$ (2 ; 1 ; 0).

Expression analytique de la projection sur la droite $D(A, \vec{u})$ parallèlement à P:

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{3}(2x + 2y + 2z - 1) \\ y' = \frac{1}{3}(x + y + z - 2) \\ z' = 1 \end{cases}$$

3- Nature et éléments caractéristiques de l'endomorphisme f d'un espace vectoriel euclidien E déterminé par sa A matrice dans une base orthonormée directe (i, j, k) :

$$A = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 8 & 1 & -4 \\ -4 & 4 & -7 \\ 1 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

f = rotation d'axe vect{(3 ; -1 ; -1)} et d'angle $\theta = \arccos\left(\frac{7}{18}\right)$

CORRECTION DU CB N°11

1- f(x ; y ; z) = (-2x + 5y - 3z ; -3x + 6y - 3z ; -x + y)

i) A = M_e(f) $= \begin{pmatrix} -2 & 5 & -3 \\ -3 & 6 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

ii) Ker(f) = Vect{(1 ; 1 ; 1)} et Im(f) = Vect{(-2 ; -3 ; -1) ; (5 ; 6 ; 1)}.

iii) Soit e' = (e'_1, e'_2, e'_3) avec $e'_1 = e_1 + e_2$, $e'_2 = - e_1 + e_3$ et $e'_3 = e_1 + e_2 + e_3$.

e' est une base de E car : $\det\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = 1 \neq 0$

iv) A' = $M_{e'}$(f) $= \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

2- Soit E l'espace affine de dimension 3 rapporté à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On définit le plan P : $x + y - z = 0$, le point A(1, 1, 0) et vecteur $\vec{u}$ (1, 2, 0).

Expression analytique de la projection sur la droite $D(A, \vec{u})$ parallèlement à P:

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{3}(x + y - z + 1) \\ y' = \frac{1}{3}(2x + 2y - 2z - 1) \\ z' = 0 \end{cases}$$

3- Nature et éléments caractéristiques de l'endomorphisme f d'un espace vectoriel euclidien E déterminé par sa A matrice dans une base orthonormée directe (i, j, k) :

$$A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

f = rotation d'axe vect{(1 ; 1 ; 3)} et d'angle $\theta = \arccos\left(\frac{-5}{6}\right)$