

1. Calculer l'intégrale triple suivante :

$$I = \iiint_D z \, dx \, dy \, dz \quad \text{où } D = \{(x; y; z) \in \mathbb{R}^3 / x + z \leq 1; z \geq 0; x \geq y^2; y \geq 0\}.$$

2. Calculer l'intégrale suivante en utilisant le changement de variables proposé :

$$J = \iint_D e^{\frac{x-y}{x+y}} \, dx \, dy \quad \text{où } D = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / x > 0; y > 0; x + y < 1\},$$

avec $u = x + y$ et $v = x - y$.

3. Soit $\mathcal{B} = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ une base orthonormale directe d'un espace vectoriel euclidien E.

On considère l'application $f : E \rightarrow E$, $M(x; y; z) \mapsto M'(x'; y'; z')$ tel que :

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{45}(40x + 5y - 20z) \\ y' = \frac{1}{45}(-13x + 40y - 16z) \\ z' = \frac{1}{45}(16x + 20y + 37z) \end{cases}$$

Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f

1. Calculer l'intégrale triple suivante :

$$I = \iiint_D \frac{z}{(x+y)^2} dx dy dz \quad \text{où } D = \{(x; y; z) \in \mathbb{R}^3 / x \geq 1; y \geq 1; x+y \leq 3; 1 \leq z \leq 2\}.$$

2. Calculer l'intégrale suivante en utilisant un changement de variables en polaires :

$$J = \iint_D (x^2 + y^2) dx dy \quad \text{où } D = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / x \geq 0; y \geq 0; x^2 + y^2 \leq 1; (x-1)^2 + y^2 \geq 1\}.$$

3. Soit $\mathcal{B} = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ une base orthonormale directe d'un espace vectoriel euclidien E.

On considère l'application $f : E \rightarrow E, M(x; y; z) \mapsto M'(x'; y; z')$ tel que :

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{2} \left(\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)x + y + \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)z \right) \\ y' = \frac{1}{2} (-x + \sqrt{2}y + z) \\ z' = \frac{1}{2} \left(\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)x - y + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)z \right) \end{cases}$$

Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f