

1- Soit f une application définie sur \mathbb{R} à valeurs dans \mathbb{R} .

Traduire en termes de quantificateurs les expressions suivantes :

i) f s'annule sur $[0; +\infty[$.

ii) f n'est pas la fonction nulle.

iii) f est de signe constant.

2- Donner la négation des assertions suivantes :

i) $\forall M \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R} / f(x) > M$.

ii) $\forall M \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} / (f(x + y) = M)$.

iii) $\forall (a ; b) \in \mathbb{R}^2 (a > 0, b \geq 0) \Rightarrow (\exists n \in \mathbb{N} / na > b)$

3- Donner la négation, puis la contraposée de l'implication suivante :

$$(\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2, h(x + y) = h(x) \times h(y)) \Rightarrow (\forall x \in \mathbb{R}, h(x) \geq 0)$$

4- A, B et C désignent des sous-ensembles non vides d'un ensemble E . Montrer que :

$$(A \setminus B) \setminus (C \setminus B) = A \setminus (C \cup B)$$

5- Soit $f : E \rightarrow F$ définie par $f(x) = -x^2 + 3x + 4$.

a) On suppose $E = F = \mathbb{R}$.

i) f est-elle injective ? Justifier.

ii) f est-elle surjective ? Justifier.

b) Déterminer E et F (non vides !) pour avoir f bijective. (Ne pas justifier)

1- Soit f une application définie sur \mathbb{R} à valeurs dans \mathbb{R} .

Traduire en termes de quantificateurs les expressions suivantes :

i) f ne s'annule pas sur $[0; +\infty[$.

ii) f n'est pas une fonction constante.

iii) f n'est pas de signe constant.

2- Donner la négation des assertions suivantes :

i) $\exists M \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, f(x) \geq M$.

ii) $\exists M \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} / (f(x+y) = M)$.

iii) $\forall (a; b) \in \mathbb{R}^2 (a > 0, b \geq 0) \Rightarrow (\exists n \in \mathbb{N} / na > b)$

3- Donner la négation, puis la contraposée de l'implication suivante :

$$(\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2, h(x \times y) = h(x) + h(y)) \Rightarrow (\exists x \in \mathbb{R}, h(x) < 0)$$

4- A, B et C désignent des sous-ensembles non vides d'un ensemble E . Montrer que :

$$(B \setminus A) \setminus (C \setminus A) = B \setminus (A \cup C)$$

5- Soit $f : E \rightarrow F$ définie par $f(x) = -4x^2 + 3x + 1$.

a) On suppose $E = F = \mathbb{R}$.

i) f est-elle injective ? Justifier.

ii) f est-elle surjective ? Justifier.

b) Déterminer E et F (non vides !) pour avoir f bijective. (Ne pas justifier)