

C.B. N° 4 - EQUATIONS DIFFERENTIELLES LINEAIRES - Correction

1- Résoudre sur \mathbb{R} : $y'' + y' - 2y = xe^x$

$$S = \left\{ y: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; y(x) = Ae^x + Be^{-2x} + \frac{1}{18}(3x^2 - 2x)e^x / (A; B) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

2- Résoudre sur \mathbb{R} : $y'' + y = x \sin x$

$$S = \left\{ y: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; y(x) = A \sin(x) + B \cos(x) + \frac{1}{4}(x \sin(x) - x^2 \cos(x)) / (A; B) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

3- Résoudre sur \mathbb{R} : $(x^2 + 1)^2 y' + 2x(x^2 + 1)y = 1$

$$S = \left\{ y: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; y(x) = \frac{C + \text{Arc tan}(x)}{1+x^2} / C \in \mathbb{R} \right\}$$

4- Résoudre le problème de Cauchy : $\begin{cases} (e^x - 1)y' + e^x y = 1 \\ y(1) = 0 \end{cases}$

$$S = \left\{ y: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}; y(x) = \frac{x-1}{e^x - 1} \right\}$$

C.B. N° 4 - EQUATIONS DIFFERENTIELLES LINEAIRES - Correction

1- Résoudre sur \mathbb{R} : $y'' + 2y' + y = xe^x$

$$S = \left\{ y: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; y(x) = (Ax + B)e^{-x} + \frac{1}{4}(x - 1)e^x / (A; B) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

2- Résoudre sur \mathbb{R} : $y'' + 2y' + 2y = \sin x$

$$S = \left\{ y: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; y(x) = (A \sin(x) + B \cos(x))e^{-x} + \frac{1}{5}(\sin(x) - 2\cos(x)) / (A; B) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

3- Résoudre sur \mathbb{R} : $(x^2 + 1)y' - xy = (x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}$

$$S = \left\{ y: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; y(x) = (C + x)\sqrt{1+x^2} / C \in \mathbb{R} \right\}$$

4- Résoudre le problème de Cauchy : $\begin{cases} x(1 + (\ln x)^2)y' + (2\ln x)y = 1 \\ y(e) = 0 \end{cases}$

$$S = \left\{ y: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}; y(x) = \frac{\ln(x) - 1}{1 + (\ln(x))^2} \right\}$$