C.B. N° 5 **- SYSTEMES LINEAIRES -** **Correction**

1- Résoudre les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} x - y + 3z = 0 \\ 2x + y + z = 1 \\ 3x - y + 2z = -3 \end{cases}$ $S = \{(-1;2;1)\}$

b) $\begin{cases} x + 2y - z + t = 4 \\ 3x - y + 5z - t = 2 \\ x + 2y + 2z + 4t = 1 \\ 7x - 7y + 17z - 5t = -2 \end{cases}$ $S = \left\{ \left(\frac{17}{7} + \frac{10}{7}t; \frac{2}{7} - \frac{12}{7}t; -1 - t; t \right),\ t \in \mathbb{R} \right\}$

2- Résoudre le système suivant, en fonction des valeurs du paramètre a :

$\begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 2 \\ z + t = -1 \\ t + x = a \end{cases}$

Si $a \neq -2$: $S = \varnothing$

Si $a = -2$: $S = \{(-2 - t; 3 + t; -1 - t; t),\ t \in \mathbb{R}\}$

3- Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Déterminer A^{-1} $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

b) Calculer $(A - I_3)^2$ (où I_3 désigne la matrice identité d'ordre 3). $(A - I_3)^2 = 0$

c) Retrouver A^{-1} à l'aide de la question précédente.

$(A - I_3)^2 = A^2 - 2A + I_3 = 0$ donc $A(2I_3 - A) = I_3$.

Ainsi $A^{-1} = 2I_3 - A$ ce qui correspond au résultat trouvé au a).

C.B. N° 5	- SYSTEMES LINEAIRES -	28/01/14

1- Résoudre les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} 3x+y+z=2 \\ x+y-2z=-2 \\ 2x+3y-4z=-1 \end{cases}$ $S=\{(-1;3;2)\}$

b) $\begin{cases} x-2y+z-t=3 \\ 3x+y+2z-2t=1 \\ 2x+y+z+4t=1 \\ 3x+6y+z+4t=-4 \end{cases}$ $S=\left\{\left(\frac{5}{2}-\frac{25}{2}t;\frac{-3}{2}+\frac{5}{2}t;\frac{-5}{2}+\frac{37}{2}t;t\right),\ t\in\mathbb{R}\right\}$

2- Résoudre le système suivant, en fonction des valeurs du paramètre *a* :

$\begin{cases} x-y=a \\ y-z=1 \\ z-t=-1 \\ t-x=2 \end{cases}$

Si $a\neq-2$: $S=\varnothing$

Si $a=-2$: $S=\{(-2+t;t;t-1;t),\ t\in\mathbb{R}\}$

3- Soit $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Déterminer A^{-1} $A^{-1}=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

b) Calculer $(A-I_3)^2$ (où I_3 désigne la matrice identité d'ordre 3). $(A-I_3)^2=0$

c) Retrouver A^{-1} à l'aide de la question précédente.

$(A-I_3)^2=A^2-2A+I_3=0$ donc $A(2I_3-A)=I_3$.

Ainsi $A^{-1}=2I_3-A$ ce qui correspond au résultat trouvé au a).