

1- Déterminer la limite en 0 des fonctions suivantes :

$$\text{a) } f : x \mapsto \frac{x \sin x}{1 - \cos x} \quad f(x) \underset{0}{\sim} \frac{x^2}{\frac{1}{2}x^2} \text{ d'où : } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$$

$$\text{b) } g : x \mapsto \frac{e^{\sqrt{1+\sin x}} - e}{\tan x} \quad g(x) \underset{0}{\sim} \frac{e \times \frac{1}{2}x}{x} \text{ d'où : } \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \frac{e}{2}$$

2- Déterminer le développement limité à l'ordre indiqué au voisinage de 0 des fonctions suivantes :

$$\text{a) } h : x \mapsto \frac{e^x - \cos x - x}{x - \ln(1+x)} \quad \text{à l'ordre 2}$$

$$h(x) = 2 + \frac{5}{3}x + \frac{1}{9}x^2 + o_0(x^2)$$

$$\text{b) } i : x \mapsto \ln(\cos x + \cos(2x)) \quad \text{à l'ordre 4}$$

$$i(x) = \ln(2) - \frac{5}{4}x^2 - \frac{41}{96}x^4 + o_0(x^4)$$

$$\text{c) } j : x \mapsto \ln\left(\frac{\sin x}{x}\right) \quad \text{à l'ordre 4}$$

$$j(x) = -\frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{180}x^4 + o_0(x^4)$$

3- Déterminer le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de  $\frac{\pi}{3}$  de la fonction suivante :

$$k : x \mapsto \text{Arctan}(2 \cos x)$$

$$k(x) = \frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \left(x - \frac{\pi}{3}\right)^2 + o_0\left(\left(x - \frac{\pi}{3}\right)^2\right)$$

1- Déterminer la limite en 0 des fonctions suivantes :

$$\text{c) } f : x \mapsto \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{\ln(1+x)} \quad f(x) \underset{0}{\sim} \frac{\frac{1}{2}x^2}{x} \quad \text{d'où : } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$

$$\text{d) } g : x \mapsto \frac{\sqrt{\cos x}-1}{e^{x^2}-1} \quad g(x) \underset{0}{\sim} \frac{-\frac{1}{4}x^2}{x^2} \quad \text{d'où : } \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\frac{1}{4}$$

2- Déterminer le développement limité à l'ordre indiqué au voisinage de 0 des fonctions suivantes :

$$\text{a) } h : x \mapsto \frac{\operatorname{ch} x - \cos x}{x \sin x} \quad \text{à l'ordre 3}$$

$$h(x) = 1 + \frac{1}{6}x^2 + o_0(x^3)$$

$$\text{b) } i : x \mapsto \ln(\cos x + e^x) \quad \text{à l'ordre 3}$$

$$i(x) = \ln(2) + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{8}x^3 + o_0(x^3)$$

$$\text{c) } j : x \mapsto e^{\sqrt{1+x}} \quad \text{à l'ordre 3}$$

$$j(x) = e \left( 1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{48}x^3 \right) + o_0(x^3)$$

3- Déterminer le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de  $\frac{\pi}{6}$  de la fonction suivante :

$$k : x \mapsto \operatorname{Arctan}(2 \sin x)$$

$$k(x) = \frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} \left( x - \frac{\pi}{6} \right) - \left( x - \frac{\pi}{6} \right)^2 + o_0 \left( \left( x - \frac{\pi}{6} \right)^2 \right)$$