

1. Les ensembles suivants sont-ils des \mathbb{R} -espaces vectoriels ? Si oui, en donner une base.

i) $E = \{ (x ; y ; z) \in \mathbb{R}^3 / x + y = 0 \}$.

ii) $F = \{ (x ; y ; z) \in \mathbb{R}^3 / x - y + z = 0 \text{ et } 2x + y - z = 0 \}$.

iii) $G = \{ (x ; y ; z) \in \mathbb{R}^3 / (x + y + z)^2 = (2x + y - z)^2 \}$.

2. On considère dans \mathbb{R}^3 les vecteurs suivants :

$$u = (1 ; 0 ; 2), v = (-1 ; 1 ; -1), w = (-1 ; 3 ; 1), x = (1 ; 0 ; 1), y = (1 ; 1 ; 0)$$

Soient $E = \text{Vect}\{u ; v ; w\}$, $F = \text{Vect}\{x\}$, $G = \text{Vect}\{x ; y\}$.

- Quelles sont les dimensions de E et de G ?
- Déterminer $E \cap F$.
- E et F sont-ils supplémentaires ? Justifier la réponse.
- Déterminer une base de $E \cap G$.
- Déterminer $E + G$.
- Déterminer un supplémentaire de G dans \mathbb{R}^3 .

3. On considère dans \mathbb{R}^4 les vecteurs suivants :

$$u = (-1 ; 1 ; 1 ; 0), v = (2 ; 1 ; -1 ; 0), w = (1 ; 0 ; 1 ; 2), x = (0 ; 0 ; 1 ; 1) \text{ et } y = (1 ; 1 ; 0 ; 0).$$

Soient $E = \text{Vect}\{u ; v ; w\}$ et $F = \text{Vect}\{x ; y\}$.

- Quelles sont les dimensions de E et F ?
- Déterminer une base de $E + F$.
- Déterminer une base de $E \cap F$.
- Déterminer un supplémentaire de F dans \mathbb{R}^4 .

1. Les ensembles suivants sont-ils des \mathbb{R} -espaces vectoriels ? Si oui, en donner une base.

i) $E = \{(x ; y ; z) \in \mathbb{R}^3 / x - z = 0\}$.

ii) $F = \{(x ; y ; z) \in \mathbb{R}^3 / (x - y + z)^2 - (x + 2y - z)^2 = 0\}$.

iii) $G = \{(x ; y ; z) \in \mathbb{R}^3 / x - y + z = 0 \text{ et } x + 2y - 2z = 0\}$.

2. On considère dans \mathbb{R}^3 les vecteurs suivants :

$$u = (1 ; 0 ; 2), v = (1 ; 3 ; 2), w = (1 ; 1 ; 2), x = (0 ; 1 ; 1), y = (1 ; 1 ; 0)$$

Soient $E = \text{Vect}\{u ; v ; w\}$, $F = \text{Vect}\{x\}$, $G = \text{Vect}\{x ; y\}$.

- Quelles sont les dimensions de E et de G ?
- Déterminer $E \cap F$.
- E et F sont-ils supplémentaires ? Justifier la réponse.
- Déterminer une base de $E \cap G$.
- Déterminer $E + G$.
- Déterminer un supplémentaire de G dans \mathbb{R}^3 .

3. On considère dans \mathbb{R}^4 les vecteurs suivants :

$$u = (-1 ; 1 ; 0 ; 2), v = (2 ; 0 ; -1 ; 0), w = (0 ; 0 ; 1 ; 2), x = (1 ; 0 ; 1 ; 0) \text{ et } y = (0 ; 1 ; 0 ; 1).$$

Soient $E = \text{Vect}\{u ; v ; w\}$ et $F = \text{Vect}\{x ; y\}$.

- Quelles sont les dimensions de E et F ?
- Déterminer une base de $E + F$.
- Déterminer une base de $E \cap F$.
- Déterminer un supplémentaire de F dans \mathbb{R}^4 .