

1. Les ensembles suivants sont-ils des  $\mathbb{R}$ -espaces vectoriels ? Si oui, en donner une base.

i)  $E = \{ (x ; y ; z) \in \mathbb{R}^3 / x + y = 0 \}$ .

ii)  $F = \{ (x ; y ; z) \in \mathbb{R}^3 / x - y + z = 0 \text{ et } 2x + y - z = 0 \}$ .

iii)  $G = \{ (x ; y ; z) \in \mathbb{R}^3 / (x + y + z)^2 = (2x + y - z)^2 \}$ .

2. On considère dans  $\mathbb{R}^3$  les vecteurs suivants :

$$u = (1 ; 0 ; 2), v = (-1 ; 1 ; -1), w = (-1 ; 3 ; 1), x = (1 ; 0 ; 1), y = (1 ; 1 ; 0)$$

Soient  $E = \text{Vect}\{u ; v ; w\}$ ,  $F = \text{Vect}\{x\}$ ,  $G = \text{Vect}\{x ; y\}$ .

- Quelles sont les dimensions de  $E$  et de  $G$  ?
- Déterminer  $E \cap F$ .
- $E$  et  $F$  sont-ils supplémentaires ? Justifier la réponse.
- Déterminer une base de  $E \cap G$ .
- Déterminer  $E + G$ .
- Déterminer un supplémentaire de  $G$  dans  $\mathbb{R}^3$ .

3. On considère dans  $\mathbb{R}^4$  les vecteurs suivants :

$$u = (-1 ; 1 ; 1 ; 0), v = (2 ; 1 ; -1 ; 0), w = (1 ; 0 ; 1 ; 2), x = (0 ; 0 ; 1 ; 1) \text{ et } y = (1 ; 1 ; 0 ; 0).$$

Soient  $E = \text{Vect}\{u ; v ; w\}$  et  $F = \text{Vect}\{x ; y\}$ .

- Quelles sont les dimensions de  $E$  et  $F$  ?
- Déterminer une base de  $E + F$ .
- Déterminer une base de  $E \cap F$ .
- Déterminer un supplémentaire de  $F$  dans  $\mathbb{R}^4$ .

1. Les ensembles suivants sont-ils des  $\mathbb{R}$ -espaces vectoriels ? Si oui, en donner une base.

i)  $E = \{(x ; y ; z) \in \mathbb{R}^3 / x - z = 0\}$ .

ii)  $F = \{(x ; y ; z) \in \mathbb{R}^3 / (x - y + z)^2 - (x + 2y - z)^2 = 0\}$ .

iii)  $G = \{(x ; y ; z) \in \mathbb{R}^3 / x - y + z = 0 \text{ et } x + 2y - 2z = 0\}$ .

2. On considère dans  $\mathbb{R}^3$  les vecteurs suivants :

$$u = (1 ; 0 ; 2), v = (1 ; 3 ; 2), w = (1 ; 1 ; 2), x = (0 ; 1 ; 1), y = (1 ; 1 ; 0)$$

$$\text{Soient } E = \text{Vect}\{u ; v ; w\}, F = \text{Vect}\{x\}, G = \text{Vect}\{x ; y\}.$$

- Quelles sont les dimensions de E et de G ?
- Déterminer  $E \cap F$ .
- E et F sont-ils supplémentaires ? Justifier la réponse.
- Déterminer une base de  $E \cap G$ .
- Déterminer  $E + G$ .
- Déterminer un supplémentaire de G dans  $\mathbb{R}^3$ .

3. On considère dans  $\mathbb{R}^4$  les vecteurs suivants :

$$u = (-1 ; 1 ; 0 ; 2), v = (2 ; 0 ; -1 ; 0), w = (0 ; 0 ; 1 ; 2), x = (1 ; 0 ; 1 ; 0) \text{ et } y = (0 ; 1 ; 0 ; 1).$$

$$\text{Soient } E = \text{Vect}\{u ; v ; w\} \text{ et } F = \text{Vect}\{x ; y\}.$$

- Quelles sont les dimensions de E et F ?
- Déterminer une base de  $E + F$ .
- Déterminer une base de  $E \cap F$ .
- Déterminer un supplémentaire de F dans  $\mathbb{R}^4$ .