

Soit $E = \mathbb{R}^3$ le \mathbb{R} -espace vectoriel muni de sa base canonique $\mathcal{B} = (e_1 ; e_2 ; e_3)$.

On définit l'endomorphisme f de E par : $f(x ; y ; z) = (-x + 3y - z ; -x + 3y - z ; x - y + z)$

1. Déterminer la matrice de f dans la base \mathcal{B} .
2. Déterminer une base de $\text{Ker}(f)$ et une base de $\text{Im}(f)$.
3. Soit $\mathcal{B}' = (e'_1 ; e'_2 ; e'_3)$ avec $e'_1 = e_1 + e_2$, $e'_2 = -e_1 + e_3$ et $e'_3 = e_1 + e_2 + e_3$.
Montrer que \mathcal{B}' est une base de E .
4. Déterminer la matrice de f dans la base \mathcal{B}' .

Soit $E = \mathbb{R}^3$ le \mathbb{R} -espace vectoriel muni de sa base canonique $\mathcal{B} = (e_1; e_2; e_3)$.

On définit l'endomorphisme f de E par : $f(x; y; z) = (-2x + 5y - 3z; -3x + 6y - 3z; -x + y)$.

1. Déterminer la matrice de f dans la base \mathcal{B} .
2. Déterminer une base de $\text{Ker}(f)$ et une base de $\text{Im}(f)$.
3. Soit $\mathcal{B}' = (e'_1; e'_2; e'_3)$ avec $e'_1 = e_1 + e_2$, $e'_2 = -e_1 + e_3$ et $e'_3 = e_1 + e_2 + e_3$.
Montrer que \mathcal{B}' est une base de E .
4. Déterminer la matrice de f dans la base \mathcal{B}' .