C.B. N° 11	APPLICATIONS LINEAIRES	CORRECTION

Soit E = $\mathbb{R}^3$ le $\mathbb{R}$ -espace vectoriel muni de sa base canonique $\mathcal{B}$ = (e_1 ; e_2 ; e_3).

On définit l'endomorphisme *f* de E par : $f(x ; y ; z) = (-x + 3y - z ; -x + 3y - z ; x - y + z)$

1. Déterminer la matrice de *f* dans la base $\mathcal{B}$.

$$\mathrm{mat}_{\mathcal{B}}(f) = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Déterminer une base de Ker(*f*) et une base de Im(*f*).

Ker(*f*) = Vect{(-1 ; 0 ; 1)} ; Im(*f*) = Vect{(-1 ; -1 ; 1) ; (3 ; 3 ; -1)}.

3. Soit $\mathcal{B}$ ' = (e'_1 ; e'_2 ; e'_3) avec $e'_1 = e_1 + e_2$, $e'_2 = - e_1 + e_3$ et $e'_3 = e_1 + e_2 + e_3$.

Montrer que $\mathcal{B}$' est une base de E.

On montre que c'est une famille libre, de cardinal 3 = dim(E).

4. Déterminer la matrice de *f* dans la base $\mathcal{B}$ '.

$$\mathrm{mat}_{\mathcal{B}'}(f) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

C.B. N° 11	APPLICATIONS LINEAIRES	CORRECTION

Soit $E = \mathbb{R}^3$ le $\mathbb{R}$-espace vectoriel muni de sa base canonique $\mathcal{B} = (e_1 ; e_2 ; e_3)$.

On définit l'endomorphisme f de E par : $f(x ; y ; z) = (-2x + 5y - 3z ; -3x + 6y - 3z ; -x + y)$.

1. Déterminer la matrice de f dans la base $\mathcal{B}$.

$$\mathrm{mat}_{\mathcal{B}}(f) = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -3 \\ -3 & 6 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Déterminer une base de Ker(f) et une base de Im(f).

Ker(f) = Vect{(1 ; 1 ; 1)} ; Im(f) = Vect{(-2 ; -3 ; -1) ; (5 ; 6 ; 1)}.

3. Soit $\mathcal{B}' = (e'_1 ; e'_2 ; e'_3)$ avec $e'_1 = e_1 + e_2$, $e'_2 = - e_1 + e_3$ et $e'_3 = e_1 + e_2 + e_3$.

Montrer que $\mathcal{B}'$ est une base de E.

On montre que c'est une famille libre, de cardinal 3 = dim(E).

4. Déterminer la matrice de f dans la base $\mathcal{B}'$.

$$\mathrm{mat}_{\mathcal{B}'}(f) = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$