

1- Soient $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites réelles définies par :

$$u_0 = -1, v_0 = 2 \quad \text{et} \quad \forall n \in \mathbb{N}, \begin{cases} u_{n+1} = 4u_n - 2v_n \\ v_{n+1} = 3v_n - 3u_n \end{cases}.$$

- Montrer que $(u_n + v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est constante.
- Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est arithmético-géométrique.
- En déduire u_n et v_n en fonction de $n \in \mathbb{N}$.
- Expliciter $\sum_{k=0}^n u_k$ en fonction de $n \in \mathbb{N}$.

2- Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite réelle définie par :

$$u_0 = -1, u_1 = 1 \quad \text{et} \quad \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = -4(u_{n+1} + u_n).$$

Expliciter u_n en fonction de $n \in \mathbb{N}$.

1- Soient $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites réelles définies par :

$$u_0 = 1, \quad v_0 = 2 \quad \text{et} \quad \forall n \in \mathbb{N}, \begin{cases} u_{n+1} = 3u_n + 2v_n \\ v_{n+1} = 2u_n + 3v_n \end{cases}$$

- a) Montrer que $(u_n - v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est constante.
- b) Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est arithmético-géométrique.
- c) En déduire u_n et v_n en fonction de $n \in \mathbb{N}$.
- d) Expliciter $\sum_{k=0}^n u_k$ en fonction de $n \in \mathbb{N}$.

2- Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite réelle définie par :

$$u_0 = -2, u_1 = 1 \quad \text{et} \quad \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 2u_n - u_{n+1}.$$

Expliciter u_n en fonction de $n \in \mathbb{N}$.