

NOM :

C.B. N° 8

DERIVATION

09/03/15

1- Calculer les limites suivantes :

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{\text{Arc sin}^2 x - \frac{\pi^2}{16}}{2x^2 - 1}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^x - 5^5}{x - 5}$$

2- Après avoir justifié l'existence, déterminer la dérivée d'ordre $n \in \mathbb{N}$ de $f : x \mapsto (-x^2 + 1)e^{3x}$.

3- a) Montrer que, pour $0 < a < b$, il existe $c \in]a; b[$ vérifiant : $\sqrt{b} - \sqrt{a} = \frac{b-a}{2\sqrt{c}}$.

b) En déduire que $\frac{b-a}{2\sqrt{b}} \leq \sqrt{b} - \sqrt{a} \leq \frac{b-a}{2\sqrt{a}}$, puis que $|\sqrt{10001} - 100| \leq 5 \times 10^{-3}$.

NOM :

C.B. N° 8

DERIVATION

09/03/15

1- Calculer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin^2 x - \sin^2 a}{x^2 - a^2}$ avec $a \neq 0$

b) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5^x - x^5}{x - 5}$

2- Après avoir justifié l'existence, déterminer la dérivée d'ordre $n \in \mathbb{N}$ de $f : x \mapsto (3x^2 - x)e^{-x}$.

3- a) Montrer que, pour $0 \leq a < b$, il existe $c \in]a; b[$ vérifiant : $\text{Arc tan } b - \text{Arc tan } a = \frac{b-a}{1+c^2}$.

b) En déduire que $\frac{b-a}{1+b^2} \leq \text{Arc tan } b - \text{Arc tan } a \leq \frac{b-a}{1+a^2}$, puis que $\frac{3}{25} \leq \text{Arc tan} \left(\frac{4}{3} \right) - \frac{\pi}{4} \leq \frac{1}{6}$.