

1- Calculer les limites suivantes :

$$\text{i)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{\tan^2 x} = \frac{-1}{2}$$

$$\text{ii)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\sqrt{2} \tan x} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$\text{iii)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\ln(1 + 5x^2))}{1 - \cos(e^{2x} - 1)} = \frac{5}{2}$$

$$\text{iv)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\tan(x) \cdot \sin(3x)} = \frac{1}{6}$$

2- Calculer les DL suivants, au voisinage de  $x = 0$  :

$$\text{i)} \quad \text{DL}_4 \left( \frac{\ln(1 + x^2)}{1 - x} \right) : \quad \frac{\ln(1 + x^2)}{1 - x} = x^2 + x^3 + \frac{1}{2}x^4 + o_0(x^4)$$

$$\text{ii)} \quad \text{DL}_4(e^{1-ch(x)}) : \quad e^{1-ch(x)} = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{12}x^4 + o_0(x^4)$$

$$\text{iii)} \quad \text{DL}_4 \left( \frac{\cos x}{1 + x} \right) : \quad \frac{\cos x}{1 + x} = 1 - x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x^3 + \frac{13}{24}x^4 + o_0(x^4)$$

3- Enoncer le théorème de Taylor-Young. Cf cours...

1- Calculer les limites suivantes :

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\cos x - 1} - 1}{x \cdot \ln(1 + 3x)} = \frac{-1}{6}$$

$$\text{ii) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - e^{\frac{x}{2}}}{5x^2 + x^3 - 8x^4} = \frac{-1}{20}$$

$$\text{iii) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\ln(1 + \text{sh}(2x))} = \frac{3}{2}$$

$$\text{iv) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 4x)}{1 - e^{7x}} = \frac{4}{7}$$

2- Calculer les développements limités suivants, au voisinage de  $x = 0$  :

$$\text{i) } \text{DL}_4 \left( \ln \left( \frac{1+x}{1-x} \right) \right) : \ln \left( \frac{1+x}{1-x} \right) = 2x + \frac{2}{3}x^3 + o_0(x^4)$$

$$\text{ii) } \text{DL}_4 (e^{1-\cos(x)}) : e^{1-\cos(x)} = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{12}x^4 + o_0(x^4)$$

$$\text{iii) } \text{DL}_4 \left( \frac{\sin x}{1-x} \right) : \frac{\sin x}{1-x} = x + x^2 + \frac{5}{6}x^3 + \frac{5}{6}x^4 + o_0(x^4)$$

3- Énoncer le théorème de Taylor-Young. Cf cours...