

1- Etudier l'injectivité et la surjectivité des applications suivantes (justifier les réponses):

i) $f : [-1;1] \rightarrow [0;1]$ $f(x) = |x|$

ii) $u : [0;1] \rightarrow [-1;1]$ $u(x) = \sin(\pi x)$

iii) $g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}$ $g(z) = 2(\operatorname{Re}(z) - \operatorname{Im}(z))$

iv) $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ $h(x) = (x, x^2)$

2- Soit la fonction $f : \begin{cases} [-1;1] \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{x}{1+x^2} \end{cases}$.

Montrer que f est une bijection de $[-1 ; 1]$ sur une partie J de \mathbb{R} à préciser.

3- **Question de cours :** Compléter la proposition suivante et la démontrer

« Soient E, F et G des ensembles, $f \in F^E$ et $g \in G^F$; si $g \circ f$ est injective, alors ... »

NOM :

C.B. N° 2 (20 min)

APPLICATIONS

24/09/15

1- Etudier l'injectivité et la surjectivité des applications suivantes (justifier les réponses):

i) $f : [-1; 0] \rightarrow [0; 1] \quad f(x) = |x|$

ii) $u : \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] \rightarrow [-1; 1] \quad u(x) = \cos(\pi x)$

iii) $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C} \quad g(x) = x(1+i)$

iv) $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \quad h(x; y) = x + y$

2- Soit la fonction $f : \begin{cases} [0; 1] \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{x^2}{1+x} \end{cases}$.

Montrer que f est une bijection de $[0 ; 1]$ sur une partie J de \mathbb{R} à préciser.

3- Question de cours : Compléter la proposition suivante et la démontrer

« Soient E, F, G des ensembles, $f \in F^E$ et $g \in G^F$; si $g \circ f$ est surjective, alors ... »