C.B. N° 6 **- SYSTEMES LINEAIRES-** **Correction**

-EQUATIONS DIFFERENTIELLES-

1- On considère la matrice A = $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Montrer que A est inversible et déterminer son inverse. $A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 & -5 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 7 \end{pmatrix}$

b) En déduire la solution du système :

$$\begin{cases} 3x + y + 2z = -1 \\ 4x - y + 3z = 3 \\ x + z = 0 \end{cases} \qquad S = \{(1;-2;-1)\}$$

2- Résoudre les systèmes suivants :

a) $$\begin{cases} -x + 2y - 3z = 4 \\ 2x + 2z = 3 \\ 3x - 2y + 5z = -1 \\ 3x + 2y + z = 10 \end{cases} \qquad S = \left\{\left(\frac{3}{2} - z; \frac{11}{4} + z; z\right),\ z \in \mathbb{R}\right\}$$

b) $$\begin{cases} 3y + 2z = -1 \\ -2x + 4y - z = 2 \\ 2x + 2y + 5z = 0 \end{cases} \qquad S = \varnothing$$

3- Résoudre le système suivant, en fonction des valeurs du paramètre a :

$$\begin{cases} x - y + 2z = a \\ 2x + 3y - z = 0 \\ 3x - 2y + 5z = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \text{si } a \neq \frac{5}{13}, & S = \varnothing \\ \text{si } a = \frac{5}{13}, & S = \left\{\left(\frac{3}{13} - z; -\frac{2}{13} + z; z\right),\ z \in \mathbb{R}\right\} \end{cases}$$

4- Déterminer les solutions sur $I =]0;+\infty[$ de :

$$\left(1 + x^2\right)y' + 2xy = \frac{1}{x}$$

$$S = \left\{y : I \to \mathbb{R}; y(x) = \frac{C + \ln x}{1 + x^2}, C \in \mathbb{R}\right\}$$

5- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle suivante :

$$y'' - 4y' + 3y = xe^x$$

$$S = \left\{y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; y(x) = Ae^{3x} + \left(-\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x + B\right)e^x, (A;B) \in \mathbb{R}^2\right\}$$

C.B. N° 6	- SYSTEMES LINEAIRES- -EQUATIONS DIFFERENTIELLES-	Correction

1- On considère la matrice A = $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Montrer que A est inversible et déterminer son inverse. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

b) En déduire la solution du système :

$$\begin{cases} 2x - y - z = 0 \\ -x + 2y + z = 3 \\ 2x - z = 1 \end{cases} \qquad S = \{(2;1;3)\}$$

2- Résoudre les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} 2x - 4y + z = 1 \\ x - 3z = 2 \\ -3x + 8y - 5z = 0 \end{cases}$ $\qquad S = \left\{ \left(2+3z; \frac{3}{4} + \frac{7}{4} z; z \right), \ z \in \mathbb{R} \right\}$

b) $\begin{cases} 2y + 3z = -1 \\ -x + 2y - z = -2 \\ 2x - 2y + 5z = 3 \\ x + 4z = -1 \end{cases}$ $\qquad S = \varnothing$

3- Résoudre le système suivant, en fonction des valeurs du paramètre *a* :

$$\begin{cases} x + y + z = a \\ 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2z = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \text{si } a \neq -1, \ S = \varnothing \\ \text{si } a = -1, \ S = \{(3+2y; y; -4-3y), y \in \mathbb{R}\} \end{cases}$$

4- Déterminer les solutions sur $I =]0;+\infty[$ de :

$$(1+e^x)y' + e^x y = \frac{1}{x^2}$$

$$S = \left\{ y : I \to \mathbb{R}; y(x) = \frac{1}{1+e^x}\left(C - \frac{1}{x}\right), C \in \mathbb{R} \right\}$$

5- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle suivante :

$$y'' - y = (x+2)e^{-x}$$

$$S = \left\{ y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}; y(x) = \left(-\frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{4}x + A \right) e^{-x} + Be^x, (A;B) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$