

On munit le plan d'un repère orthonormé direct.

I)

1°) Vérifier que pour tout réel x , en posant $u = \cos x + i \sin x$, on a :

$$u^4 + u^3 + u^2 + u + 1 = u^2 ((2\cos x)^2 + 2\cos x - 1)$$

2°) a) Montrer que $\cos(2\pi/5)$ et $\cos(4\pi/5)$ sont les solutions de l'équation :

$$4X^2 + 2X - 1 = 0.$$

b) En déduire les valeurs de $\cos(2\pi/5)$ et $\cos(4\pi/5)$.

3°) Déterminer les points d'intersection du cercle C d'équation : $X^2 + Y^2 + \frac{1}{2}X - \frac{1}{4} = 0$
avec l'axe des abscisses.

4°) En déduire une construction du pentagone régulier de sommets
 $M_0(1), M_1(\omega), M_2(\omega^2), M_3(\omega^3), M_4(\omega^4)$ avec $\omega = e^{2i\pi/5}$

II)

Etudier et tracer la courbe paramétrée d'équation : $\begin{cases} x(t) = e^{t-1} - t \\ y(t) = t^3 - 3t \end{cases}$

III) Soit T l'ensemble des points $M(x ; y)$ tels que $\begin{cases} x = 3 \cos t - 2 \\ y = 2 \sin t + 5 \end{cases}$ où t décrit \mathbb{R} .
Déterminer une équation cartésienne de T et la tracer.

IV) Tracer la courbe d'équation polaire : $\rho = -2 + 5\cos\theta$

Barème : **I** = 7 points , **II** = 6 points , **III** = 3 points , **IV** = 5 points .
