ES N° 1	Algèbre/Géométrie	Math. Sup. 2012-2013	2 h

On munit le plan d'un repère orthonormé direct.

I) Soit C la courbe d'équation polaire : $\rho = \dfrac{1}{\cos\theta} - 2\cos\theta$, $\theta \in \mathbb{R}$.

1°) Réduire le domaine d'étude de C.

2°) Etudier les variations de ρ.

3°) Déterminer les tangentes ou asymptotes à C pour $\theta \in \left\{0; \dfrac{\pi}{6}; \dfrac{\pi}{4}; \dfrac{\pi}{3}; \dfrac{\pi}{2}\right\}$.

4°) En déduire le tracé de C.

5°) Soit la courbe C' d'équation cartésienne : $x\left(x^2 + y^2\right) + x^2 - y^2 = 0$.

a) Déterminer une paramétrisation de C' (on pourra poser $y = tx$).

b) Déterminer une équation polaire de C'.

II) Soit C la courbe paramétrée d'équation : $\begin{cases} x(t) = t + \dfrac{1}{2t^2} \\ y(t) = \dfrac{t^2}{2} + \dfrac{1}{t} \end{cases}$.

1°) Déterminer $M\left(\dfrac{1}{t}\right)$ en fonction de $M\left(t\right)$ et en déduire une réduction du domaine d'étude de C.

2°) Montrer que C est asymptote à la conique P : $y^2 = 2x$.

3°) Déterminer le tableau de variation de C.

4°) Tracer C et P sur un même graphique.

Barème envisagé : I = 10 points , II = 10 points.