D.M. n°2	RESOLUTION D'INEQUATIONS	Correction

i) $\dfrac{x-m+1}{m+2} < 1+x$ Il faut $m \neq -2$

$\dfrac{x-m+1}{m+2} < 1+x \Leftrightarrow \dfrac{x(m+1)+2m+1}{m+2} > 0$: $\begin{cases} \text{si } m=-1 & S=\varnothing \\ \text{si } -2<m<-1 & S=\left]-\infty;-\dfrac{2m+1}{m+1}\right[\\ \text{si } m<-2 \text{ ou } -1<m & S=\left]-\dfrac{2m+1}{m+1};+\infty\right[\end{cases}$

ii) $\sqrt{2x+m} \geq x+1$ Il faut $x \geq \dfrac{-m}{2}$.

<u>Remarque</u> : Le cas $x+1 \leq 0$ ne peut se présenter que si $-1 \geq \dfrac{-m}{2} \Leftrightarrow m \geq 2$:

- Si $m \geq 2$:

  Pour $x+1 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq -1$: l'inégalité est toujours vérifiée.

  Pour $x+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$: l'inégalité est équivalente à $m-1 \geq x^2$.

  Comme $m \geq 2$, c'est équivalent à $x \in \left[-\sqrt{m-1};\sqrt{m-1}\right]$

  De plus, $m \geq 2 \Rightarrow -\sqrt{m-1} \leq -1$. Ainsi si $m \geq 2$, $x \in \left[-\dfrac{m}{2};\sqrt{m-1}\right]$

- Si $m \leq 2$:

  L'inégalité est équivalente à $m-1 \geq x^2$.

  Comme $m \leq 2$, deux cas se présentent :

  - Soit $m<1$, il n'y a alors pas de solution ;
  - Soit $m \geq 1$, alors $x \in \left[-\sqrt{m-1};\sqrt{m-1}\right]$ (on a bien $\dfrac{-m}{2} \leq -\sqrt{m-1}$ dans ce cas là, puisque $m > 0$ donc : $\dfrac{-m}{2} \leq -\sqrt{m-1} \Leftrightarrow m^2 \geq 4m-4 \Leftrightarrow (m-2)^2 \geq 0$)

Finalement : $\begin{cases} \text{si } m<1 & S=\varnothing \\ \text{si } 1 \leq m \leq 2 & S=\left[-\sqrt{m-1};\sqrt{m-1}\right] \\ \text{si } m \geq 2 & S=\left[-\dfrac{m}{2};\sqrt{m-1}\right] \end{cases}$

iii) $\dfrac{m}{x-3} > \dfrac{2}{x+1} \quad \Leftrightarrow \dfrac{x(m-2)+m+6}{(x-3)(x+1)} > 0$

Si $m = 2$, $x \in \left]-\infty;-1\right[\cup \left]3;+\infty\right[$.

Si $m \neq 2$, toute la difficulté réside dans le positionnement de $\dfrac{m+6}{2-m}$ par rapport à -1 et 3.

- $\dfrac{m+6}{2-m} < -1 \Leftrightarrow \dfrac{8}{2-m} < 0 \Leftrightarrow 2 < m$:

x	$-\infty$		$\frac{m+6}{2-m}$		-1		3		$+\infty$
$(x-3)(x+1)$		$+$	|	$+$	|	$-$	|	$+$	
$(m-2)x+m+6$		$-$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	
$\frac{x(m-2)+m+6}{(x-3)(x+1)}$		$-$	|	$+$	||	$-$	||	$+$	

- $\dfrac{m+6}{2-m} > 3 \Leftrightarrow \dfrac{4m}{2-m} > 0 \Leftrightarrow m \in \left]0;2\right[$:

x	$-\infty$		-1		3		$\frac{m+6}{2-m}$		$+\infty$
$(x-3)(x+1)$		$+$	|	$-$	|	$+$	|	$+$	
$(m-2)x+m+6$		$+$	|	$+$	|	$+$	|	$-$	
$\frac{x(m-2)+m+6}{(x-3)(x+1)}$		$+$	||	$-$	||	$+$	|	$-$	

- Si $m \leq 0$:

x	$-\infty$		-1		$\frac{m+6}{2-m}$		3		$+\infty$
$(x-3)(x+1)$		$+$	|	$-$	|	$-$	|	$+$	
$(m-2)x+m+6$		$+$	|	$+$	|	$-$	|	$-$	
$\frac{x(m-2)+m+6}{(x-3)(x+1)}$		$+$	||	$-$	|	$+$	||	$-$	

Finalement : $\begin{cases} si\ m \leq 0 & S = \left]-\infty;-1\right[\cup \left]\dfrac{m+6}{2-m};3\right[\\ si\ 0 < m < 2 & S = \left]-\infty;-1\right[\cup \left]3;\dfrac{m+6}{2-m}\right[\\ si\ m = 2 & S = \left]-\infty;-1\right[\cup \left]3;+\infty\right[\\ si\ m > 2 & S = \left]\dfrac{m+6}{2-m};-1\right[\cup \left]3;+\infty\right[\end{cases}$