D.M. n°8	**ETUDE DE SUITES**

Soient a et b des réels tels que : $0 \leq a < b \leq 1$.

1. Soit $\mathrm{M} = \begin{pmatrix} a & 1-a \\ 1-b & b \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

a) Montrer qu'il existe deux suites réelles $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ telles que :

$\forall n \in \mathbb{N}, \mathrm{M}^n = a_n\mathrm{M} + \mathrm{b}_n I_2$.

b) Déterminer a_n et b_n.

2. On considère les suites définies par : $(u_0, v_0) \in \mathbb{R}^2$, $\forall n \in \mathbb{N}$, $\begin{cases} u_{n+1} = au_n + (1-a)v_n \\ v_{n+1} = (1-b)u_n + bv_n \end{cases}$.

a) Donner la forme explicite de u_n et v_n.

b) Etudier la convergence des suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$.